

PROJET DE THÈSE DE DOCTORAT

PROCESSUS DE BRANCHEMENT AVEC INTERACTIONS DE TYPE LÉVY-KHINTCHINE

Encadrants: Clément Foucart et Bénédicte Haas

Les processus de branchement en temps et espace continus sont des processus de Markov représentant la taille d'une population aléatoire où les individus se reproduisent indépendamment avec une même loi. A l'instar des processus de Lévy, ils forment une classe à la fois riche et simple de processus de Feller. Depuis les années 2000, de nombreux auteurs ont travaillé sur ces processus en étudiant la généalogie de la population (Duquesne, Bertoin, Le Gall, Le Jan) ou en ajoutant des forces complémentaires telles que l'immigration (Kawazu et Watanabe, Abraham, Delmas), la compétition (Lambert, Pardoux) ou un environnement aléatoire (Bansaye). L'objectif de la thèse est d'introduire une nouvelle classe de processus avec des interactions déterministes entre les individus. Ces processus généraliseront les processus de branchement logistiques introduits par Lambert en 2005 en ajoutant un phénomène de *coopération*. La coopération reflète le fait que lorsque la population est en dessous d'un certain seuil les individus ne sont plus en compétition et commencent à coopérer: les interactions aident la population à se développer (modèle à dépendance positive en la densité). Cette dynamique peut être reliée à un phénomène connu en biologie sous le nom d'effet *Allee*.

Les interactions brisent la propriété de branchement, ce qui rend caduques la plupart des méthodes classiques connues dans l'étude des processus sans interaction. Lorsque le terme d'interaction prend la forme *Lévy-Khintchine* une certaine dualité (au sens des systèmes de particules) apparaît dans les générateurs des processus. Cette observation a de nombreuses conséquences et forme le point de départ du projet.

Selon la force des interactions et comment celles-ci se combinent avec les reproductions, on s'attend à ce que les points frontières 0 (extinction) et ∞ (explosion) soient non-absorbantes pour certains processus. Cela nécessitera de construire des extensions du processus minimal (qui s'arrête à la première visite d'une frontière). Un phénomène de réflexion en 0 serait nouveau dans les modèles de population sans immigration. De la même façon, on s'attend à ce que des régimes stationnaires apparaissent pour certains mécanismes. Des questions assez proches ont été traitées dans les articles suivants [Fou19, Fou20, FZ20a, FZ20b]. Les arguments qui y sont développés devraient pouvoir s'adapter à ce nouveau cadre. L'objectif général de la thèse est l'exploration de la dualité à la fois d'un point de vue théorique (théorie des semi-groupes, des points frontières) et d'un point de vue plus modèle de population (généalogie). En effet, dans un deuxième temps, on cherchera à comprendre le rôle de la dualité dans la généalogie de la population avec interaction.

REFERENCES

- [Fou19] Foucart, C. Continuous-state branching processes with competition: duality and reflection at infinity. *Electronic journal of Probability* (2019),
- [Fou20] Foucart, C. A phase transition in the coming down from infinity of simple exchangeable fragmentation-coagulation processes, *Annals of Applied Probability* 2022, Vol. 32, No. 1, 632-664.
- [FZ20a] Foucart, C. and Zhou, X., On the explosion of the number of fragments in the simple exchangeable fragmentation-coalescence processes, *Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat.* 2022, Vol. 58, No. 2, 1182-1207
- [FZ20b] Foucart and Zhou, On the boundary classification of Λ -Wright-Fisher processes with frequency-dependent selection, *Annales Henri Lebesgue* (to appear)
- [Par16] E. Pardoux. Probabilistic models of population evolution, Scaling limits, genealogies and interactions, Springer, 2016